

**Schulinterner Lehrplan  
zum Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe  
an der Hermann-Runge-Gesamtschule Moers**

**Mathematik**

# Inhaltsverzeichnis

Seite

<b>1</b>	<b>Die Fachgruppe Mathematik an der Hermann-Runge-Gesamtschule Moers .....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Entscheidungen zum Unterricht.....</b>	<b>4</b>
	2.1 Unterrichtsvorhaben .....	4
	2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben.....	5
	2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben.....	11
	2.2 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung.....	58
	2.3 Lehr- und Lernmittel .....	62
<b>3</b>	<b>Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen .....</b>	<b>63</b>
<b>4</b>	<b>Qualitätssicherung und Evaluation.....</b>	<b>63</b>

## 1 Die Fachgruppe Mathematik an der Hermann-Runge-Gesamtschule Moers

Die Hermann-Runge-Gesamtschule liegt im Innenstadtbereich und hat eine entsprechend heterogene Schülerschaft, was den sozialen und ethnischen Hintergrund betrifft.

Die Schule wird als Ganztagschule geführt und hat insgesamt 967 Schülerinnen und Schüler (Stand: September 2018), von denen 712 die vierzügige Sekundarstufe I und 255 die dreizügige Sekundarstufe II besuchen. Die Klassenstärke in den Jahrgangsstufen 5-10 liegt zwischen 27-32 Schülerinnen und Schülern, zu denen in den Jahrgängen 5-7 pro Klasse auch 1-2 Schülerinnen und Schüler mit pädagogischem Unterstützungsbedarf zählen. Unterrichtet werden die Schülerinnen und Schüler von ca. 81 Lehrkräften.

In die Einführungsphase der Sekundarstufe II gehen aus der Jahrgangsstufe 10 der Hermann-Runge-Gesamtschule etwa 70 Schüler/innen über. Zusätzlich wurden in den letzten Jahren regelmäßig etwa 30 Schüler/innen neu aufgenommen. Alle Schüler/innen werden auf die drei/vier Tutorenkurse der Einführungsphase gleichmäßig verteilt.

Aus den Kursen der Einführungsphase entwickeln sich im Fach Mathematik in der Qualifikationsphase ein Leistungskurs und zwei bis drei Grundkurse.

Da sich die in der Sekundarstufe I unterrichtenden Lehrkräfte insbesondere im Laufe der Jahrgangsstufe 10 immer wieder eng mit den SII-Lehrkräften abstimmen, von denen die meisten auch in der Sekundarstufe I unterrichten und dort häufig in den E-Kursen der Jahrgänge 9/10 eingesetzt sind, gelingt der Wechsel der hauseigenen Schüler/innen in die Oberstufe aus Erweiterungskursen in der Regel ohne Brüche. Entsprechendes gilt auch für die Schüler/innen von Realschulen und Gymnasien. Für die Schüler/innen aus Grundkursen und von Hauptschulen besteht dagegen zum Teil erheblicher Angleichungsbedarf.

Am Ende der Jahrgangsstufe 10 erhalten alle Schülerinnen und Schüler in einem einwöchigen Methodentraining die Möglichkeit, oberstufenrelevante Kompetenzen zu vertiefen. Durch ein fachliches begleitendes Förderprogramm, das in den Vertiefungskursen umgesetzt wird, begleitet durch regelmäßige Gespräche mit den Lehrkräften und dort getroffene Lernvereinbarungen, werden Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten intensiv unterstützt. Die Vertiefungskurse werden in der Regel in der EF angeboten.

Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlen sich alle in der gymnasialen Oberstufe vertretenen Fachgruppen in besonderer Weise verpflichtet.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass, wo immer möglich, mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist. Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme an mathematischen Wettbewerben, z.B. am Känguru-Wettbewerb motiviert.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule vier PC-Unterrichtsräume, sowie zwei mobile iPad-Koffer jeweils in Klassenstärke zur Verfügung. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind. Auch hier gibt es allerdings Einschränkungen bei den Schülerinnen und Schülern aus G-Kursen. Der grafikfähige Taschenrechner TI Nspire cx wird in der Einführungsphase eingeführt.

## 2 Entscheidungen zum Unterricht

### 2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkreter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkreter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind.

Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

## 2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

<b>Einführungsphase</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 21 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Ableitungsbegriffs</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 12 Std.</p>

<b>Einführungsphase Fortsetzung</b>	
<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mehrstufige Zufallsexperimente</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierung des Raumes (E-G1)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Koordinatisierung des Raumes</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VIII:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vektoren und Vektoroperationen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> 9 Std.</p>
<b>Summe Einführungsphase: 84 Stunden</b>	

**Qualifikationsphase Q1+2**

<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Eigenschaften von Funktionen (Höhere Ableitungen, Besondere Punkte von Funktionsgraphen, Funktionen bestimmen, Parameter, Lösung von LGS)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren, Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> GK 29 Std. – LK: 30 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Das Integral, ein Schlüsselkonzept (Von der Änderungsrate zum Bestand, Integral- und Flächeninhalt, Integralfunktion)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kommunizieren, Argumentieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundverständnis des Integralbegriffs</li> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> GK: 21 Std. – LK: 31 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus, Ableitungen)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> GK: 15 Std. – LK: 26 Std..</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produktregel, Kettenregel)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Modellieren, Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Funktionen und Analysis (A)</p> <p><b>Inhaltliche Schwerpunkte:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen als mathematische Modelle</li> <li>• Fortführung der Differentialrechnung</li> <li>• Integralrechnung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> GK: 16 Std. – LK: 33 Std</p>

**Qualifikationsphase Q1+2 Fortsetzung**

<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Geraden und Skalarprodukt (Bewegungen und Schattenwurf)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)</li> <li>• Skalarprodukt</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> GK = LK: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen; Schnittpunkte u.a. als Lösungsmengen linearer Gleichungen (Untersuchung geometrischer Objekte)</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentieren</li> <li>• Kommunizieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> GK: 18 Std. – LK: 19 Std</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben VII</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Abstände und Winkel</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld</b> Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lagebeziehungen und Abstände</li> <li>• Lineare Gleichungssysteme</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> LK: 25 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VIII-1</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Wahrscheinlichkeit – Statistik: Ein Schlüsselkonzept</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> <li>• Problemlösen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (z.B. Erwartungswert)</li> <li>• Binomialverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> GK: 22 Std. – LK: 24 Std.</p>



<p><u>Unterrichtsvorhaben VIII-2</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Kommunizieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Testen von Hypothesen</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> LK: 16 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IX</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Ist die Glocke normal?</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Problemlösen</li> <li>• Werkzeuge nutzen</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Normalverteilung</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> LK: 15 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben X:</u></p> <p><b>Thema:</b> <i>Von Übergängen und Prozessen</i></p> <p><b>Zentrale Kompetenzen:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellieren</li> <li>• Argumentieren</li> </ul> <p><b>Inhaltsfeld:</b> Stochastik (S)</p> <p><b>Inhaltlicher Schwerpunkt:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stochastische Prozesse</li> </ul> <p><b>Zeitbedarf:</b> GK: 12 Std. – LK: 14 Std</p>	
<p><b>Gesamt: GK: 153 Stunden – LK: 253 Stunden</b></p>	

## Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

Reihenfolge Einführungsphase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	21
II	E-A2	12
III	E-A3	6
IV	E-A4	12
V	E-S1	9
VI	E-S2	9
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	<b>Summe:</b>	<b>84</b>

Reihenfolge Qualifikationsphase Q1+2 GK			
Unterrichtsvorhaben	Thema		Stundenzahl GK
I	Q-A1	Q1	29
II	Q-A2	Q1	21
V	Q-G1	Q1	20
VI	Q-G2	Q1	18
VIII-1	Q-S1	Q1/Q2	22
X	Q-S4	Q2	12
III	Q-A3	Q2	15
IV	Q-A4	Q2	16
	<b>Summe:</b>		<b>153</b>

Reihenfolge Qualifikationsphase Q1+2 LK			
Unterrichtsvorhaben	Thema		Stundenzahl LK
I	Q-A1	Q1	30
II	Q-A2	Q1	31
VIII-1	Q-S1	Q1	24
VIII-2	Q-S2	Q1	16
V	Q-G1	Q1	20
VI	Q-G2	Q1	19
VII	Q-G3	Q1/Q2	25
III	Q-A3	Q2	26
IV	Q-A4	Q2	33
IX	Q-S3	Q2	15
X	Q-S4	Q2	14
	<b>Summe:</b>		<b>253</b>

## 2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Vorhabenbezogene Konkretisierung:

### Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

<b>Thema:</b> Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)		
<b>Inhalte</b>	<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Empfehlungen</b>
<p>1. Funktionen</p> <p>2. Lineare und quadratische Funktionen</p> <p>3. Potenzfunktionen/ <i>Exponentialfunktionen</i></p> <p>4. Ganzrationale Funktionen</p> <p>5. Symmetrie von Funktionsgraphen</p> <p>6. Nullstellen ganzrationaler Funktionen</p> <p>7. Verschieben und Strecken von Graphen (trigonometrische Funktionen)</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen</li> <li>• beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen</li> <li>• wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p><b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vermittlung algebraischer Rechentechniken</li> <li>• Individuelle Angebote und Förderung innerhalb der Vertiefungskurse.</li> <li>• Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des GTR.</li> <li>• Betrachtung von Wachstumsprozessen (insbesondere lineare und exponentielle) Übergang zu Exponentialfunktionen anhand verschiedener Kontexte.</li> <li>• Untersuchung der Symmetrie und des Randverhaltens.</li> <li>• Lösen von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung durch geeignete Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR.</li> <li>• Thematisierung der Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und der Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle.</li> <li>• Einstieg in Transformationen erfolgt entweder über die Sinusfunktion, oder -</li> </ul>

<p><b>Exkursion</b> Polynomdivision und Linearfaktorzerlegung</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> </ul>	<p>anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI - anhand quadratischer Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Systematisches Erkunden mithilfe des GTR.</li> <li>• Mathematisieren unterschiedlicher Sachzusammenhänge durch geeignete Funktionsmodelle.</li> <li>• Ableiten von Aussagen aus Funktionstermen über die Eigenschaften der Funktion sowie den Verlauf des Graphen.</li> </ul>
---	--	--

**Thema:** Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1. Mittlere Änderungsrate - Differenzenquotient</p> <p>2. Momentane Änderungsrate</p> <p>3. Die Ableitung an einer bestimmten Stelle berechnen</p> <p>4. Die Ableitungsfunktion</p> <p>5. Ableitungsregeln</p> <p>6. Tangente</p> <p>7. Ableitung der Sinusfunktion</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext</li> <li>• erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate</li> <li>• deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten</li> <li>• deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung</li> <li>• beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)</li> <li>• leiten Funktionen graphisch ab</li> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> <li>• nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion</li> <li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten</li> <li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Untersuchung durchschnittlicher Änderungsraten in Sachzusammenhängen.</li> <li>• Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (z. B. die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit).</li> <li>• Betrachtung der momentanen Änderungsrate im geometrischen Kontext.</li> <li>• Numerische und geometrische Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangente (Zoomen) mithilfe des GTR.</li> <li>• Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten (Vermuten, Begründen und Präzisieren).</li> <li>• Cosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion (graphisches Ableiten).</li> <li>• Nutzen des GTR zum Herleiten von Ableitungsregeln (Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise tabellieren und plotten)</li> </ul>

	<p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p><b>Argumentieren (Vermuten)</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Vermutungen auf</li> <li>• unterstützen Vermutungen beispielgebunden</li> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle  ... grafischen Messen von Steigungen</li> <li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durchführung des Grenzübergangs bei quadratischen Funktionen mit der „h-Methode“.</li> </ul>
--	---	---

**Thema:** Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1. Charakteristische Punkte eines Funktionsgraphen</p> <p>2. Monotonie</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)</li> <li>• leiten Funktionen graphisch ab</li> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> <li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten</li> <li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erkunden ganzrationaler Funktionen mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden.</li> <li>• Erkennen von Zusammenhängen zwischen charakteristischen Punkten eines Graphen durch Visualisieren der Ableitungsfunktion.</li> <li>• Untersuchen der Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen.</li> </ul>

	<p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li></ul>	
--	---	--



**Thema:** Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Charakteristische Punkte eines Funktionsgraphen</p> <p>2 Monotonie</p> <p>3 Hoch- und Tiefpunkte</p> <p>4 Mathematische Fachbegriffe im Sachzusammenhang</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p> <p><b>Exkursion</b> Extremstellen mithilfe der zweiten Ableitung bestimmen</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> <li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten</li> <li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an</li> <li>• lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel</li> <li>• verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten</li> <li>• unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich</li> <li>• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> <b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Notwendiges und hinreichendes Kriterium für Extrempunkte (Vorzeichenwechsel und evtl. zweite Ableitung)</i></li> <li>• Durchführung von Kurvendiskussionen und Bestimmung von Tangentengleichungen.</li> <li>• Lösen von Aufgaben im Sachzusammenhang.</li> <li>• Unterscheidung zwischen lokalen und globalen Extrema.</li> <li>• Interpretieren von Ergebnissen.</li> <li>• Beschreibung des Verlaufs eines Graphen (auch im Sachzusammenhang).</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"><li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (<i>Lösen</i>)</li><li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li></ul> <p><b>Argumentieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li><li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li><li>• berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (<i>Begründen</i>)</li><li>• erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (<i>Beurteilen</i>)</li></ul>	
--	---	--

## Einführungsphase Stochastik (S)

**Thema:** *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1. Wahrscheinlichkeitsverteilung - Erwartungswert</p> <p>2. Mehrstufige Zufallsexperimente, Pfadregel</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente</li> <li>• simulieren Zufallsexperimente</li> <li>• verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen</li> <li>• stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch</li> <li>• beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p><b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modellierung von Wirklichkeit durch Simulationen (Zufallsgenerator) – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation).</li> <li>• Das Thematisieren von grundlegenden Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge.</li> <li>• Erarbeitung der zentralen Begriffe: Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert.</li> <li>• Nutzen digitaler Werkzeuge zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen.</li> </ul>

	<p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>... Generieren von Zufallszahlen</li><li>... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li><li>... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li><li>... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)</li></ul>	
--	---	--

**Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)**

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1. Vierfeldertafel, bedingte Wahrscheinlichkeiten</p> <p>2. Stochastische Unabhängigkeit</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p> <p><b>Exkursion</b> Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Lernen aus Erfahrung - die Bayes'sche Regel</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln</li> <li>bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> <li>prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit</li> <li>bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten [...] (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Verschiedene Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel).</li> <li>Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten.</li> <li>Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs <math>P(A \cap B)</math> von bedingten Wahrscheinlichkeiten bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge.</li> </ul>

## Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Thema:** *Unterwegs in 3D – Koordinatisierung des Raumes (E-G1)*

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Punkte im Raum</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen geeignete kartesische Koordinatisierung für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum</li> <li>• stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren (Produzieren)</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus</li> <li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lokalisieren von Punkten im Raum.</li> <li>• Zeichnen von Schrägbildern geometrischer Modelle im dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem.</li> <li>• Verwendung einer dynamischen Geometriesoftware zum Zeichnen von Schrägbildern.</li> </ul>

**Thema:** *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)*

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Vektoren                  2 Rechnen mit Vektoren                  3 Betrag eines Vektors - Länge einer Strecke                  4 Figuren und Körper untersuchen</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p> <p><b>Exkursion</b>                  Mit dem Auto in die Kurve - Vektoren in Aktion</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren</li> <li>• stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar</li> <li>• berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras</li> <li>• addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität</li> <li>• weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p><b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>)</li> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rechnerische und zeichnerische Durchführung von Vektoroperationen.</li> <li>• Evtl. Stationenlernen (Begleit-CD)</li> <li>• Lösen von einfachen geometrischen Problemstellungen durch Operieren mit Verschiebungspfeilen (Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität).</li> </ul>

## Qualifikationsphase Funktionen und Analysis (A)

**Thema:** *Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (Q-A1)*

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Wiederholung: Ableitung</p> <p>2 Die Bedeutung der zweiten Ableitung</p> <p>3 Kriterien für Extremstellen</p> <p>4 Kriterien für Wendestellen</p> <p>5 Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen</p> <p>6 Ganzrationale Funktionen bestimmen</p> <p>7 Funktionen mit Parametern</p> <p>8 Funktionenscharen untersuchen</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung</li> <li>• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> <li>• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese</li> <li>• bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)</li> <li>• interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang</li> <li>• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext</li> <li>• untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen (<b>LK</b>)</li> </ul>	<p><b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb ausreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.</li> <li>• An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).</li> <li>• Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.</li> <li>• Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher</li> </ul>



	<p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)</li> <li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)</li> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> </ul>	<p>Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.</li> </ul> <p><b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.</li> <li>• Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</li> <li>• Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines</li> </ul>
--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)</li> <li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden)</li> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (Lösen)</li> <li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)</li> <li>• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen)</li> </ul> <p>vergleichen verschiedene Lösungswege in Bezug auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)</p> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</li> <li>○ zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> </ul> </li> </ul>	<p>weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzzahliger Funktionen entwickelt.</li> <li>• Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</li> <li>• Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit</li> </ul>
--	---	---

	<ul style="list-style-type: none"><li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen</li></ul>	<p>drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.</li><li>• Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler bietet es sich an, sie selbstständig über die Spline-Interpolation forschen und referieren zu lassen</li></ul>
--	--	---

**Thema: Schlüsselkonzept Integral (Q-A2)**

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Rekonstruieren einer Größe                  2 Das Integral                  3 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung                  4 Bestimmung von Stammfunktionen                  5 Integral und Flächeninhalt                  6 Integralfunktion (LK)                  7 Unbegrenzte Flächen – uneigentliche Integrale (LK)                  8 Integral und Rauminhalt (LK)</p> <p>Wiederholen – Vertiefen - Vernetzen  <b>Wahlthema:</b> Mittelwerte von Funktionen  <b>Exkursion:</b> Stetigkeit und Differenzierbarkeit</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe, deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext, skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion.</li> <li>erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs.</li> <li>erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion</li> <li>begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs (LK).</li> <li>bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen und nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen.</li> <li>ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate (LK oder der Randfunktion), ermitteln Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten (LK: und uneigentlichen) Integralen und bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen (LK: oder Nachschlagewerken entnommenen) Stammfunktionen und numerisch (GK: auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge).</li> <li>erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (LK).</li> <li>bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen (LK).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.</i></li> <li>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.</li> <li>Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Unter-</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>bestimmen Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen (LK).</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren)</li> <li>formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)</li> <li>wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Produzieren)</li> <li>wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)</li> <li>dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (Produzieren)</li> <li>erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen Vermutungen auf (Vermuten)</li> <li>unterstützen Vermutungen beispielgebunden (Vermuten)</li> <li>präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)</li> <li>stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)</li> <li>verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten</li> </ul>	<p>summen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.</li> <li>Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.</li> <li>Das Stationenlernen wird in einem Portfolio dokumentiert. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit werden auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.</li> <li>Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion Ja eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion</li> </ul>
--	--	--

	<p>(Begründen)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (Begründen)</li> <li>• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen [...] digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse</li> </ul> </li> </ul> <p>Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals</p>	<p>angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</li> <li>• Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs <math>J_a(x+h) - J_a(x)</math> geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.</li> <li>• Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.</li> <li>• In den Anwendungen steht mit dem</li> </ul>
--	--	---

		<p>Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.</li><li>• Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)</li><li>• Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.</li></ul>
--	--	--

## Thema: Exponentialfunktion (Q-A3)

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Wiederholung</p> <p>2 Die natürliche Exponentialfunktion und ihre Ableitung</p> <p>3 Natürlicher Logarithmus – Ableitung von Exponentialfunktionen</p> <p>4 Exponentialfunktionen und exponentielles Wachstum</p> <p>5 Beschränktes Wachstum (LK)</p> <p>6 Logarithmusfunktion und Umkehrfunktion (LK)</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben Eigenschaften von Exponentialfunktionen</li> <li>• bilden die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion</li> <li>• beschreiben und begründen (LK) die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion</li> <li>• deuten die Ableitung mit Hilfe der Approximation durch lineare Funktionen (LK)</li> <li>• bilden die Ableitung von Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis</li> <li>• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen und deren Ableitung</li> <li>• untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mit Hilfe funktionaler Ansätze</li> <li>• verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit begrenztem Wachstum</li> <li>• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrung der natürlichen Exponentialfunktion (LK)</li> <li>• bilden die Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</li> <li>• Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</li> <li>• Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.</li> <li>• Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere <math>h</math> das Verhalten des</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)(Lösen)</li> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)</li> <li>• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>○ zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> <li>○ grafischen Messen von Steigungen</li> </ul> </li> <li>• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus</li> <li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in</li> </ul>	<p>Differenzenquotienten beobachtet.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht. Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.</li> <li>• Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</li> <li>• Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis <math>e</math> zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.</li> <li>• Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.</li> <li>• Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes</li> </ul>
--	--	---

	<p>mathematische Modelle (Mathematisieren)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)</li> <li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)</li> </ul> <p>reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)</p>	<p>Wachstum untersucht.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.</li> <li>• Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</li> <li>• Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.</li> <li>• Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).</li> </ul>
--	---	---

**Thema:** Zusammengesetzte Funktionen (Q-A4)

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Neue Funktionen aus alten Funktionen: Summe, Produkt, Verkettung</p> <p>2 Produktregel</p> <p>3 Kettenregel</p> <p>4 Zusammengesetzte Funktionen untersuchen</p> <p>5 Zusammengesetzte Funktionen im Sachzusammenhang</p> <p>6 Untersuchung von zusammengesetzten Exponentialfunktionen (LK)</p> <p>7 Untersuchung von zusammengesetzten Logarithmusfunktionen (LK)</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p> <p><b>Wahlthema:</b> Integrationsverfahren (LK)</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)</li> <li>• wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen und Exponentialfunktionen an</li> <li>• wenden die Produktregel zum Ableiten von Funktionen an (LK)</li> <li>• wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an und bilden die Ableitungen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten</li> <li>• bilden die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten (LK)</li> <li>• wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an (LK)</li> <li>• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> <li>• untersuchen den Einfluss von Parametern auf Eigenschaften von Funktionenscharen (LK)</li> <li>• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext</li> <li>• führen Eigenschaften von zusammengesetzten Exponential- bzw. Logarithmusfunktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück (LK)</li> <li>• nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).</li> <li>• Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</li> <li>• Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.</li> <li>• Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere <math>h</math> das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.</li> </ul>

	<p>Stammfunktion der Funktion <math>f(x) = 1/x</math> (LK)</p> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (Lösen)</li> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)</li> <li>• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>○ zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> <li>○ grafischen Messen von Steigungen</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.</li> <li>• Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.</li> <li>• Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</li> <li>• Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis <math>e</math> zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.</li> <li>• Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.</li> <li>• Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht.</li> <li>• An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen</li> </ul>
--	---	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus</li> <li>nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (Mathematisieren)</li> <li>beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> <li>beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)</li> <li>verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)</li> <li>reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)</li> </ul>	<p>einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</li> <li>Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.</li> <li>Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).</li> </ul>
--	--	---

## Qualifikationsphase Analytische Geometrie und lineare Algebra (G)

Thema: Geraden (Q-G1)		
Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Wiederholung: Punkte im Raum, Vektoren, Rechnen mit Vektoren</p> <p>2 Geraden</p> <p>3 Gegenseitige Lage von Geraden</p> <p>4 Zueinander orthogonale Vektoren – Skalarprodukt</p> <p>5 Winkel zwischen Vektoren - Skalarprodukt</p> <p>Wiederholen - Vertiefen - Vernetzen</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen Geraden in Parameterform dar</li> <li>interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</li> <li>stellen Strecken in Parameterform dar</li> <li>interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen</li> <li>untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden</li> <li>berechnen Schnittpunkte von Geraden und deuten sie im Sachkontext</li> <li>deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es</li> <li>untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</li> <li>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.</li> <li>In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</li> <li>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche</li> </ul>

	<p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)</li> <li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>○ grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und</li> </ul> </li> </ul>	<p>Darstellungen sollten geübt werden.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</li> <li>• Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.</li> <li>• Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.</li> <li>• Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt.</li> <li>• Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.</li> <li>• <i>Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer</i></li> </ul>
--	---	---

	<p style="text-align: center;">Geraden</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellen von Objekten im Raum</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)</li> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li> </ul> <p>vergleichen verschiedene Lösungswege in Bezug auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)</p>	<p><i>Raute benutzten Bedingungen</i>  <math>(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0</math> und <math>(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2</math> für die Seitenvektoren <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> eines Parallelogramms.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.</li> </ul>
--	--	---



**Thema: Ebenen (Q-G2)**

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Das Gaußverfahren                  2 Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme                  3 Ebenen im Raum - Parameterform                  4 Lagebeziehungen                  5 Geometrische Objekte und Situationen im Raum</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar.</li> <li>• beschreiben den Gauss-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Funktionen.</li> <li>• wenden den Gauss-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind, an.</li> <li>• interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen.</li> <li>• stellen Ebenen in Parameterform dar.</li> <li>• untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen.</li> <li>• berechnen Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen deuten sie im Sachzusammenhang.</li> <li>• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar (LK).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.</li> <li>• Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.</li> <li>• Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix</li> </ul>

	<p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)</li> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (Lösen)</li> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)</li> <li>• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)</li> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen,</li> </ul>	<p>die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.</li> <li>• <i>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</i></li> <li>• Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.</li> <li>• Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst</li> </ul>
--	---	--

	<p>Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (Lösen)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege in Bezug auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)</li> <li>• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)</li> <li>• analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Reflektieren)</li> </ul> <p>variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren)</p> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</li> <li>• Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe</li> </ul>	<p>ausgeklammert werden.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen- (Tangenten-) Satz von Euklid.</li> <li>• Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll</li> </ul>
--	---	--

	<p>Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li><li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)</li><li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)</li></ul>	
--	--	--

**Thema: Abstände und Winkel (Q-G3) nur LK**

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Normalengleichung und Koordinatengleichung                  2 Lagebeziehungen                  3 Abstand zu einer Ebene                  4 Abstand eines Punktes von einer Geraden                  5 Abstand windschiefer Geraden                  6 Schnittwinkel</p> <p>Wiederholen – Vertiefen- Vernetzen</p> <p><b>Wahlthema:</b> Vektorprodukt</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen Ebenen in Koordinatenform dar.</li> <li>stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum.</li> <li>bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen.</li> <li>untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung).</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)</li> <li>analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)</li> <li>entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li> <li>nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.</li> <li>Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.</li> <li>Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix</li> </ul>

	<p>finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (Lösen)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)</li> <li>• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</li> </ul> <p>Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren (Produzieren)</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus</li> <li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen</li> </ul>	<p>die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.</li> </ul>
--	--	--

## Qualifikationsphase Stochastik (S)

Thema: <i>Wahrscheinlichkeit - Statistik (Q-S1)</i>		
Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Daten darstellen und durch Kenngrößen beschreiben</p> <p>2 Erwartungswert und Standardabweichung von Zufallsgrößen</p> <p>3 Bernoulli-Experimente, Binomialverteilung</p> <p>4 Praxis der Binomialverteilung</p> <p>5 Problemlösen mit der Binomialverteilung</p> <p>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</p> <p><b>Wahlthema</b> Von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit schließen</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben.</li> <li>• erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen</li> <li>• bestimmen den Erwartungswert <math>\mu</math> und die Standardabweichung <math>\sigma</math> von Zufallsgrößen und treffen prognostischer Aussagen</li> <li>• verwenden Bernoulli-Ketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente</li> <li>• erklären der Binomialverteilung und berechnen der Wahrscheinlichkeiten</li> <li>• erklären der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten (LK)</li> <li>• beschreiben den Einfluss der Parameter <math>n</math> und <math>p</math> auf Binomialverteilung und ihre graphische Darstellung</li> <li>• nutzen der sigma-Regeln für prognostische Aussagen (LK)</li> <li>• nutzen der Binomialverteilung und ihrer Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen</li> <li>• schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</li> <li>• Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.</li> <li>• Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.</li> <li>• Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.</li> <li>• Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</li> </ul>

	<p style="text-align: center;">Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit</p> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b>  <b>Modellieren</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Generieren von Zufallszahlen</li> <li>○ Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen</li> <li>○ Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li> </ul> </li> </ul> <p><b>Problemlösen</b>  <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</li> <li>• Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</li> <li>• Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</li> <li>• Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</li> <li>• <i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></li> <li>• Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang <math>n</math> und Trefferwahrscheinlichkeit <math>p</math> erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</li> <li>• Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für</li> </ul>
--	---	---



	<p>(Lösen)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)</li> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)</li> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)</li> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (Lösen)</li> <li>• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (Reflektieren)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Variieren der Parameter von</li> </ul> </li> </ul>	<p>die Standardabweichung induktiv entdeckt werden:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel: <math>\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}</math></li> <li>• Das Konzept der <math>\sigma</math>-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das <math>\frac{1}{\sqrt{n}}</math>-Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.</li> </ul>
--	--	---

	<p>Binomialverteilungen</p> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li><li>○ Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)</li><li>○ Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen</li></ul>	
--	---	--

**Thema: Wahrscheinlichkeit - Statistik (Q-S1)**

Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>6 Zweiseitiger Signifikanztest (LK)            7 Einseitiger Signifikanztest (LK)            8 Fehler beim Testen von Hypothesen (LK)            9 Signifikanz und Relevanz (LK)</p> <p><b>Wahlthema</b>            Schriftbildanalyse  <b>Wiederholen – Vertiefen - Vernetzen</b></p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten.</li> <li>• Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm‘ visualisiert. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:           <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?</li> <li>2 Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?</li> </ol> </li> <li>• Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art</li> </ul>

	<p><b>Kommunizieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren)</li><li>• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)</li><li>• führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (Diskutieren)</li></ul>	<p>zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</p>
--	---	---

## Qualifikationsphase Stochastik (S)

Thema: <i>Wahrscheinlichkeit - Statistik (Q-S2)</i>		
Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Stetige Zufallsgrößen: Integrale besuchen die Stochstik (LK)</p> <p>2 Die Analysis der Gauß'schen Glockenfunktion (LK)</p> <p>3 Normalverteilung, Satz von de Moivre – Laplace (LK)</p> <p><b>Wahlthema</b> Testen bei der Normalverteilung</p> <p><b>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</b> <b>Exkursion</b> Doping mit Energy - Drinks</p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion</li> <li>• beschreiben den Einfluss der Parameter <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion.</li> <li>• untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normal verteilten Zufallsgrößen führen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.</li> <li>• Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.</li> <li>• <i>Ergänzung für leistungsfähige Kurse:</i> Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.</li> <li>• Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.</li> <li>• Da auf dem GTR die Normalverteilung</li> </ul>

	<p>mathematischen Modells (Mathematisieren)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (Erkunden)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)</li> <li>• wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Lösen)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Generieren von Zufallszahlen</li> <li>○ Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> <li>○ Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li> <li>○ Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen</li> </ul> </li> <li>• nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> <li>• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler</li> </ul>	<p>einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.</li> </ul>
--	---	---

	<p>Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge</li></ul>	
--	--	--

## Qualifikationsphase Stochastik (S)

Thema: Stochastische Prozesse (Q-S3)		
Inhalte	Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Empfehlungen
<p>1 Stochastische Prozesse 2 Stochastische Matrizen 3 Matrizen multiplizieren 4 Potenzen von Matrizen - Grenzverhalten</p> <p><b>Wahlthema</b> Mittelwertsregel</p> <p><b>Sachthema:</b> Mit GPS, Analysis und Vektorrechnung auf dem Hockenheimering</p> <p><b>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</b></p>	<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion</li> <li>• beschreiben stochastische Prozesse mit Hilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen</li> <li>• verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p><b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</li> <li>• Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.</li> <li>• Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)</li> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)</li> </ul>	<p>linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.</li> </ul>
--	--	--

## 2.2 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOST sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

### *Verbindliche Absprachen:*

- Die Aufgaben für Klausuren in parallelen Grund- bzw. Leistungskursen werden im Vorfeld abgesprochen und nach Möglichkeit gemeinsam gestellt.
- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Schuljahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren in der Q-Phase erfolgt anhand eines kriterienorientierten Bewertungsbogens, den die Schülerinnen und Schüler als Rückmeldung erhalten.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.

## *Verbindliche Instrumente:*

### *Überprüfung der schriftlichen Leistung*

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 1.2:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.1:** Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 3 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 4 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: 4,25 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q 1.2 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

### *Überprüfung der sonstigen Leistung*

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit fließen folgende Aspekte ein, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben...)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen.

### *Konkretisierte Kriterien:*

#### *Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung*

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind. Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 45% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOST §13 (2)) angemessen erscheint.

#### *Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen*

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine	
	gute Leistung	ausreichende Leistung
	<i>Die Schülerin, der Schüler</i>	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 45% der erreichbaren Punkte

### *Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:*

Für Präsentationen, Arbeitsprotokolle, Dokumentationen und andere Lernprodukte der sonstigen Mitarbeit erfolgt eine Leistungsrückmeldung, bei der inhalts- und darstellungsbezogene Kriterien angesprochen werden. Hier werden zentrale Stärken als auch Optimierungsperspektiven für jede Schülerin bzw. jeden Schüler hervorgehoben.

Die Leistungsrückmeldungen bezogen auf die mündliche Mitarbeit erfolgen auf Nachfrage der Schülerinnen und Schüler außerhalb der Unterrichtszeit, spätestens aber in Form einer mündlichen Quartalsnote. Auch an Eltern-/Schülersprechtagen erfolgen individuelle Beratungen im Hinblick auf Stärken und Verbesserungsperspektiven.

Am Ende der Jahrgangstufe 10 sowie nach dem ersten Halbjahr der EF erfolgen Empfehlungen für eine verbindliche Teilnahme an den Vertiefungskursen.

### **2.3 Lehr- und Lernmittel**

Für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II ist an der Schule derzeit als Schulbuch „Lambacher Schweizer - Oberstufe“ aus dem Klett-Verlag eingeführt.

Die Schülerinnen und Schüler arbeiten die im Unterricht behandelten Inhalte in häuslicher Arbeit nach.

Zu ihrer Unterstützung erhalten sie dazu:

- a) Übungsaufgaben
- b) zusammenfassende Arbeitsblätter
- c) Hinweise auf Übungsaufgaben und Lernvideos im Internet

Unterstützende Materialien sind auch im *Lehrplannavigator* des NRW-Bildungsportals angegeben. Verweise darauf finden sich über Links in den HTML-Fassungen des Kernlehrplans und des Musters für einen Schulinternen Lehrplan. Den *Lehrplannavigator* findet man für das Fach Mathematik unter:

<http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-ii/gymnasiale-oberstufe/mathematik/>

Als GTR empfiehlt die Fachkonferenz die Verwendung des Grafikrechners Texas-Instruments TI Nspire cx.

### **3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen**

#### **Zusammenarbeit mit anderen Fächern**

Durch die unterschiedliche Belegung von Fächern können Schülerinnen und Schüler Aspekte aus anderen Kursen mit in den Mathematikunterricht einfließen lassen. Es wird Wert darauf gelegt, dass in bestimmten Fragestellungen die Expertise einzelner Schülerinnen und Schüler gesucht wird, die aus einem von ihnen belegten Fach genauere Kenntnisse mitbringen und den Unterricht dadurch bereichern.

#### **Vorbereitung auf die Erstellung der Facharbeit**

Um eine einheitliche Grundlage für die Erstellung und Bewertung der Facharbeiten in der Jahrgangsstufe Q1 zu gewährleisten, findet im Vorfeld des Bearbeitungszeitraums ein fachübergreifender Projekttag statt. Im Verlauf des Projekttag werden den Schülerinnen und Schülern in einer zentralen Veranstaltung und in Gruppen die schulinternen Richtlinien zur Erstellung einer Facharbeit vermittelt. Fachspezifische Besonderheiten vermittelt der jeweils betreuende Fachlehrer.

#### **Nutzung außerschulischer Lernorte**

Die Fachkonferenz empfiehlt z.B. im Rahmen der Studienorientierung auch eine Fachvorlesung mit mathematischem Inhalt zu besuchen.

### **4 Qualitätssicherung und Evaluation**

Durch parallele Klausuren (vgl. 2.3) in den Grundkursen, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Besprechungen der beteiligten Mathematikkolleginnen und -kollegen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist zunächst bis 2017 für den ersten Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.